

**ПРОГРАМА ЗА ПРОФЕСИОНАЛНО ОБУЧЕНИЕ НА АКТЮЕРИ  
БЪЛГАРСКО АКТЮЕРСКО ДРУЖЕСТВО**

**КОНСПЕКТ**

**Модул М104 “АКТЮЕРСКО МОДЕЛИРАНЕ”**

***Цели:***

Целта на този модул е да се представят основите на стохастичните процеси и моделите на преживяване и техните приложения.

***Връзки с други модули:***

Модул М101 “Финансова математика” представя въведение в стохастичните лихвени проценти.

Модул М102 “Вероятности и статистика” представя основните концепции на статистическите разпределения и моделирането.

Модул М105 „Актюерска математика“ използва концепциите за моделите за преживяване въведени в модул М104.

Модул М110 „Риск мениджмънт в актюерството“ доразвива някои от концепциите въведени в модул М104.

***Крайни резултати:***

При завършване на настоящия модул всеки курсист трябва да е способен да:

- (а) описва принципите на актюерското моделиране;
- (б) описва основните принципи на стохастичните процеси и тяхната класификация;
- (в) дефинира и прилага вериги на Марков;
- (г) дефинира и прилага процеси на Марков;
- (д) обяснява концепцията на моделите на преживяване;
- (е) описва процедурите за оценяване на разпределението на продължителността на живота;
- (ж) извежда максимално правдоподобни оценки за преходните сили в модели на преход между състояния с начастично константни преходни сили;
- (з) описва биномния модел на смъртността, извежда максимално правдоподобна оценка на вероятността за смърт и сравнява биномния модел с моделите с множество състояние;
- (и) описва как се оценяват преходните сили, зависещи от възрастта, използвайки точна изложеност на риск или приблизителна изложеност на риск по метода на преброяването;
- (й) описва как се тестват първични оценките на преходните сили за съответствие със стандартна таблица или с градуирани оценки, както и да описва процеса на градуиране и различните методи на градуиране.

**Темите, които са покрити от Модул М104 са следните:**

1. Принципи на актюерското моделиране

- 1.1 Модели
- 1.2 Моделиране – ползи и ограничения
- 1.3 Стохастични и детерминистични модели
- 1.4 Пригодност на модела
- 1.5 Краткосрочни и дългосрочно свойства на модела
- 1.6 Анализирание на резултатите от модела
- 1.7 Тестване на чувствителността
- 1.8 Представяне на резултатите

2. Стохастични процеси

- 2.1 Въведение
- 2.2 Дефиниране на стохастичен процес
- 2.3 Примери на стохастични процеси
  - 2.3.1 Бял шум
  - 2.3.2 Случайно блуждаене
  - 2.3.3 Поасонов процес
  - 2.3.4 Съставен поасонов процес

3. Вериги на Марков

- 3.1. Уравнения на Чапман-Колмогоров
- 3.2. Зависимост от времето във верига на Марков
- 3.3. Примери
- 3.4. Дългосрочно вероятностно разпределение на верига на Марков
- 3.5. Моделиране чрез вериги на Марков

4. Скокообразен марковски процес

- 4.1. Означения
- 4.2. Поасоновия процес
- 4.3. Времево хомогенен скокообразен марковски процес
- 4.4. Структура на скокообразен марковски процес
- 4.5. Времево нехомогенния случай
- 4.6. Моделиране и симулация

5. Модели на преживяване

- 5.1. Опростен модел на преживяване
- 5.2. Очаквано бъдещо време на живот
- 5.3. Някои важни формули
- 5.4. Прости параметрични модели на преживяване
- 5.5. Закони за смъртността на Гомперц и Мейкъм

6. Оценяване на разпределението на времето за живот
  - 6.1. Статистически извод
  - 6.2. Цензуриращи механизми
  - 6.3. Оценката на Каплан-Майер (“продукт-лимит” оценка)
  - 6.4. Сравняване на разпределения на времето за живот
  - 6.5. Оценката на Нелсън-Аален
  - 6.6. Параметрично оценяване на функцията на преживяване
  - 6.7. Максимално правдоподобна оценяване
  - 6.8. Използване на оценките за различни възрастови интервали
7. Модели с пропорционални рискове
  - 7.1. Ковариати
  - 7.2. Напълно параметрични модели с пропорционални рискове
  - 7.3. Моделът с пропорционални рискове на Кокс
  - 7.4. Пригаждане на модела
8. Оценяване в модела на Марков
  - 8.1. Моделът с две състояния – предположения
  - 8.2. Моделът с две състояния – вероятности
  - 8.3. Моделът с две състояния – статистики
  - 8.4. Моделът с две състояния – максимално правдоподобна оценка (като случайна величина)
  - 8.5. Коментар върху приложението
  - 8.6. “Централната изложеност на риск”
  - 8.7. Максимално правдоподобната оценка (като случайна величина) в основния модел
9. Биномен модел и поасонов модел
  - 9.1. Биномен тип модели
  - 9.2. Актюерската оценка
  - 9.3. Поасоновы модели
  - 9.4. Сравнение между модела с множествено състояние, биномния и поасоновия модели
10. Изложеност на риск
  - 10.1. Въведение в изложеността на риск
  - 10.2. Хомогенност (еднородност)
  - 10.3. Принципът на съответствие
  - 10.4. Точно пресмятане на  $E_x^C$
  - 10.5. Апроксимации на  $E_x^C$  по метода на преброяването
  - 10.6. Различни дефиниции на възраст

11. Градуиране и статистически тестове
  - 11.1. Въведение
  - 11.2. Сравняване на наблюдавана смъртност с друг опит по отношение на смъртността
  - 11.3. Градуиране
  - 11.4. Причини за градуиране
  - 11.5. Желателни свойства на едно градуиране
  - 11.6. Тестване на гладкостта на градуирането
  - 11.7. Статистически тестове на опита по отношение на смъртността
12. Методи за градуиране
  - 12.1. Градуиране чрез параметрична формула
  - 12.2. Градуиране чрез отнасяне към стандартна таблица
  - 12.3. Графичен метод
  - 12.4. Сравнение на различните методи
  - 12.5. Статистически тестове на градуирането
  - 12.6. Ефектът от дублиращите се полици

**Списък с материали и специализирана литература:**

1. Материали по модул М104 (превод от английски език на материали на Института и Факултета на Актюерите). Българско Актюерско Дружество, първо издание 2015 г.
2. Marubini, E.; Valsecchi, M. G. John Wiley (2004) *Analysing survival data from clinical trials and observational studies*. 424 pages. ISBN:978-0470093412
3. Benjamin, B.; Pollard, J.H.(1993) *The analysis of mortality and other actuarial statistics*. 519 pages, 3<sup>rd</sup> ed. Institute and Faculty of actuaries, ISBN: 978-0901066268
4. Brzezniak, Z.; Zastawniak, t. Springer, (1998) *Basic stochastic processes: a course through exercises*. 225 pages. ISBN: 978-354076154
5. Hickman, J. C. North American Actuarial Journal (1997) *Introduction to actuarial modeling*
6. Cox, D. R.; Oakes, D. (1984) *Analysis of survival data*. London: Chapman & Hall. 201 pages. ISBN: 041224490X.
7. Elandt-Johnson, R. C.; Johnson, N. L. (1999) *Survival models and data analysis*. Chichester: John Wiley. 457 pages. ISBN: 978-0471349925.