

ПРОГРАМА ЗА ПРОФЕСИОНАЛНО ОБУЧЕНИЕ НА АКТЮЕРИ БЪЛГАРСКО АКТЮЕРСКО ДРУЖЕСТВО

КОНСПЕКТ Модул М102 “ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА”

Цел:

Целта на този модул е да се представят основните аспекти от теорията на вероятностите и математическата статистика, и по-специално на статистическите модели, които са свързани с актюерската работа.

Връзки с други модули:

Този модул е основен и представя принципи и инструменти, които се използват във всички модули от учебната програма на БАД, но особено приложение намира в модули М103 Статистически методи и М104 Актюерско моделиране.

Крайни резултати:

При завършване на настоящия модул всеки курсист трябва да е способен да:

- (а) анализира основните характеристики на множество от данни;
- (б) дефинира основните термини, използвани във вероятностите и статистиката;
- (в) пресмята очакваните стойности и вероятностите, свързани с разпределенията на случайни величини;
- (г) дефинира пораждаща функция на дискретна случайна величина и я прилага за оценяване на моментите;
- (д) дефинира основните дискретни и непрекъснати разпределения, да ги прилага и симулира в прости случаи;
- (е) обяснява концепциите за независими и съвместно разпределени случайни величини, условни разпределения и да прилага пораждащи функции за извеждане на разпределението на линейни комбинации от независими случайни величини;
- (ж) дефинира и прилага Централна гранична теорема;
- (з) обяснява концепциите за случайна извадка, статистически изводи и разпределения на извадки;
- (и) описва и прилага основните методи за оценяване;
- (й) конструира доверителни интервали за неизвестни параметри;
- (к) тества хипотези;
- (л) изследва линейна зависимост между случайни величини чрез корелационен и регресионен анализ;
- (м) обяснява концепциите за вариационен анализ и да ги прилага;
- (н) обяснява концепциите за условно очакване и съставно разпределение.

Темите, които са покрити от М 102 са следните:

1. Обобщаване на статистически данни
 - 1.1. Таблични и графични методи за обобщаване на данни
 - 1.2. Средна стойност, медиана и мода
 - 1.3. Стандартно отклонение и моменти
 - 1.4. Симетрия и асиметрия
2. Увод във вероятностите

- 2.1. Множества и действия с множества
- 2.2. Аксиоми
- 2.3. Условна вероятност
- 2.4. Независими събития
- 2.5. Формула за пълната вероятност
- 2.6. Формула на Бейс
3. Случайни величини
 - 3.1. Дискретни случайни величини
 - 3.2. Непрекъснати случайни величини
 - 3.3. Числови характеристики на случайните величини – средна стойност, вариация, стандартно отклонение, линейни функции от случайни величини, моменти и други квантили
 - 3.4. Функции от случайни величини
4. Вероятностни разпределения
 - 4.1. Дискретни разпределения - Равномерно разпределение, Разпределение на Бернули, Биномно разпределение, Геометрично разпределение, Отрицателно биномно разпределение, Хипергеометрично разпределение, Пуасоново разпределение
 - 4.2. Непрекъснати разпределения – Равномерно разпределение, Гама разпределение, Бета разпределение, Нормално разпределение, Логнормално разпределение, t-разпределение, F-разпределение
 - 4.3. Пуасонов процес
 - 4.4. Симулации на случайни числа. Равномерно разпределени случайни числа в интервала (0,1). Непрекъснати разпределения. Дискретни разпределения.
5. Пораждащи функции
 - 5.1. Пораждаща функция на вероятностите
 - 5.2. Пораждаща функция на моментите
 - 5.3. Кумулативна пораждаща функция
 - 5.4. Линейни функции от случайни величини
6. Съвместни разпределения
 - 6.1. Съвместни, маргинални и условни разпределения
 - 6.2. Очакване на функции от две случайни. Коефициенти на корелация и ковариация
 - 6.3. Конволюция на случайни величини
7. Централна гранична теорема
 - 7.1. Централна гранична теорема
 - 7.2. Нормални апроксимации – Биномно разпределение, Пуасоново разпределение, Гама разпределение
8. Случайни извадки и статистически изводи
 - 8.1. Моменти на извадката – очакване и вариация
 - 8.2. Характеристики на очакването и вариацията на извадката
 - 8.3. t-тест
9. Методи за намиране на точкови оценки

- 9.1. Метод на моментите
- 9.2. Метод на максималното правдоподобие
- 9.3. Неизместена оценка
- 9.4. Мярка за ефикасност на оценките – средно-квадратична грешка
- 9.5. Асимптотично поведение на максимално правдоподобните оценки
10. Доверителни интервали
 - 10.1. Построяване на доверителен интервал
 - 10.2. Доверителни интервали за Нормално разпределение
 - 10.3. Доверителни интервали за Биномно и Поасоново разпределение
 - 10.4. Доверителни интервали при 2 извадки
 - 10.5. Сдвоени данни(Paired data)
11. Проверка на хипотези
 - 11.1. Хипотези, статистики, критични области и грешки
 - 11.2. Класически тест, Р-стойности
 - 11.3. Основни критерии при 1 извадка – критерии за очакването, критерии за вариацията
 - 11.4. Основни критерии при 2 извадки – критерии за разлика между очакванията на 2 извадки, критерии за разлика между вариациите на 2 извадки
 - 11.5. Критерии за сдвоени данни(paired data)
 - 11.6. Проверка на хипотези и доверителни интервали
 - 11.7. Хи-квадрат тест
12. Корелация и регресия
 - 12.1. Корелационен анализ
 - 12.2. Регресионен анализ – прост линеен модел
 - 12.3. Многомерен линеен регресионен модел
13. Вариационен анализ
14. Условно очакване
 - 14.1. Случайната величина $E[Y | X]$
 - 14.2. Случайната величина $V[Y | X]$
 - 14.3. Пораждаща функция на моментите
 - 14.4. Съставни разпределения

Списък с материали и специализирана литература:

1. Материали по модул M102 (превод от английски език на материали на Института и Факултета на Актюерите). Българско Актюерско Дружество, първо издание 2017 г.
2. Материал с автор Роджър Грей 1-ва част (превод от английски език). Българско актюерско дружество. София, първо издание 1995 г., второ издание 2003 г.
3. Miller, I.; Miller, M. [Freund, J. E.] *John E. Freund's Mathematical statistics with applications*, Prentice Hall International, 2013, 529 pages. ISBN: 978-0321904409.
4. Geoffrey, Grimmett. Welsh, Dominic. *Probability. An introduction..* Oxford University Press, 1990.
5. Hossack I.B., Pollard J.H., Zehnwirth B. *Introductory statistics with applications in general insurance*, Cambridge University Press, 1990.

6. Боян Димитров, Николай Янев. Вероятности и статистика, УИ „Св. Климент Охридски“, 1998.
7. Й. Стоянов, И. Миразчийски, Цв. Игнатов, М. Танушев. Ръководство по теория на вероятностите, УИ „Св. Климент Охридски“, 3-то издание, 2011.
8. Николай Янев, Мирослав Танушев. Ръководство за упражнения по математическа статистика, УИ „Св. Климент Охридски“.